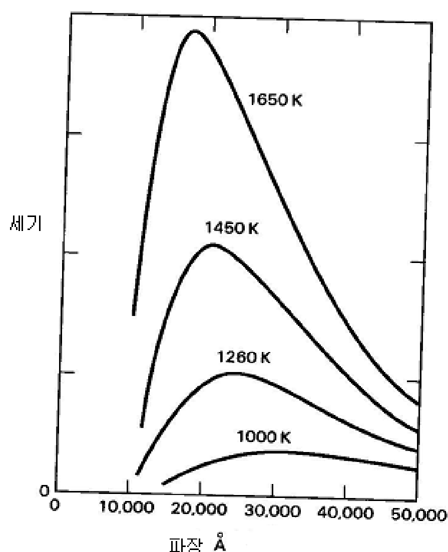
1.2 흑체복사 현상

양자역학의 탄생을 알리는 플랑크(M. Planck)의 양자가설(quantum hypothesis)을 만들게 한 흑체복사(blackbody radiation) 현상은 19세기 후반의 커다란 수수께끼였다. 우리는 물체가 뜨거워지면 열과 빛을 방출하는 것을 잘 알고 있다. 이렇게 방출되는 열과 빛을 통칭하여 복사(radiation)라고 하는데, 이때 방출되는 열도 실제는 적외선처럼 빛에 속한다. 물체의 온도가 변하면 방출되는 빛의 분포(색과 세기; spectrum)도 변하는데, 예컨대 쇠를 달구면 어두운 붉은색에서 온도가 높아질수록 밝은 노란색으로 변해가는 것과 같다. 사실 이때 어떤 주어진 온도의 물체에서 방출되는 복사파는 실제는 많은 종류의 색들을 포함하고 있지만, 우리는 이중 가장 강한 세기의 빛을 특정 온도에서 방출하는 빛의 색으로 여기게 된다.

1859년 키르히호프(G. Kirchhoff)는 이러한 복사파의 분포가 물체에 종류에 따라 다르지 않고, 오직 온도에만 의존한다는 것을 밝혔다. 즉, 같은 온도로 달구어진 물체는 돌이든 쇠든 방출하는 빛의 분포가 똑같다는 것이다. 여기서 우리는 어떤 물체로 밀폐된 공간을 만들고 그 벽에 아주 작은 구멍을 낸 경우를 생각해 보기로 하겠다. 이 경우 시간이 흘러 밀폐된 공간 내부와 그 벽면의 온도가 같아진 평형상태에 도달하였다면, 밀폐된 공간 내부에 존재하는 복사파의 분포는 내부 벽면에서 방출되는 복사파의 분포와 같을 것이고, 이는 작은 구멍을 통하여 외부로 방출되는 복사파의 분포와도 같을 것이다. 또한 이 복사파의 분포는 키르히호프의 법칙에 따라 오직 내부 벽면의 온도에만 의존할 것이다. 그런데 이 밀폐된 공간의 벽면에 뚫린 작은 구멍을 통하여 외부에서 안으로 들어간 빛은 내부 벽면에서 반사되어 다시 그 구멍을 통하여 외부로 나올 확률이 거의 없으므로 우리는 이 작은 구멍을 모든 빛을 흡수하는 검은색 물체에 견주어 흑체(blackbody)라고 하며, 이 작은 구멍으로부터 방출되는 빛을 흑체복사(blackbody radiation)라고 한다.



[그림1] 흑체복사의 온도에 따른 분포곡선. 복사파(에너지밀도)의 세기와 복사파의 파장 사이의 관계를 나타낸다.

• **빈의 변위법칙**

1893년 빈(W. Wien)은 이러한 흑체복사에서 방출되는 빛의 분포가 다음과 같음을 밝혔다. 즉, 복사파의 에너지밀도를 진동수(ν)와 절대온도(T)의 함수로 다음과 같이 표현하였다.

$u(T,\nu) = \nu^3 \ F(\nu/T)$.

여기서 함수 F 는 임의의 연속함수로 정의하였다. 이때 진동수와 파장(λ)은 $\lambda = c/\nu$ (c 는 빛의 속력)의 관계에 있으므로, 어떤 특정 온도에서 가장 센 에너지밀도를 갖는 진동수는 $\nu_{\max}/T$ 가 어떤 특정한 값으로 주어진 값에 해당할 것이다. 그런데 이러한 관계는 모든 온도 T 에 대하여 동일할 것이므로 이를 파장으로 바꾸어 생각하면 다음과 같은 결론을 얻는다. 주어진 특정 온도에서 가장 많이 방출되는 빛의 파장, 즉 가장 강한 세기를 갖는 빛의 파장(λ_{max})과 그 온도(T)를 곱한 값은 항상 동일한 상수(C_0)값을 갖는다는 것이다.

$$\lambda_{max}\ T = C_0 = 0.2898\text{cm K}$$

위 공식은 온도에 따라 우리가 인지하는 복사파의 색이 어떻게 변하는지를 알려주므로 이를 빈의 변위법칙(Wien's displacement law)이라고 부른다([그림1] 참조). 한편, 흑체복사에 대한 실험적인 측정 자료는 이미 19세기 말쯤에 정확하게 알려졌지만, 그 당시까지 다른 모든 현상들을 잘 설명하고 있던 뉴톤 역학이나 맥스웰 전자기이론과 같은 고전물리학 개념을 써서는 이 실험 자료들을 전혀 설명할 수 없었다.

• **레일리-진스의 공식**

1900년 6월 레일리(J. Rayleigh)는 위에서 주어진 빈의 미지함수 F가 상수임을 보였는데, 고전물리학적 개념을 사용한 이 공식의 완전한 유도는 1905년 레일리와 진스(J. Jeans)에 의하여 이루어졌다. 이제 우리는 레일리와 진스가 얻은 고전물리학적 개념을 사용한 흑체복사 공식을 구해보도록 하겠다. 여기서는 논의의 편의를 위하여 앞서 언급한 흑체 내부의 밀폐된 빈 공간을 한 변의 길이가 L인 정육면체라고 생각한다. 그리고 흑체 내부의 빈 공간과 그 벽면은 온도 T의 평형상태에 있다고 가정한다. 이 경우, 정육면체 내부 공간에 존재하는 파동은 각 방향마다 정상파(standing wave)의 조건을 만족하여($\sin k_x L = 0$,..) 다음 조건을 충족시킨다.

$k_x L = n_x \pi,\ n_x = 1,2,3,\cdots$

$k_y L = n_y \pi,\ n_y = 1,2,3,\cdots$

$k_z L = n_z \pi,\ n_z = 1,2,3,\cdots$

여기서 파동수(wave number)는 파장과 다음과 같은 관계에 있으므로

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = (\frac{2\pi}{\lambda})^2$$

우리는 주어진 파장에서 가능한 파동들의 상태에 대한 다음 식을 얻는다.

$$(\frac{2L}{\lambda})^2 = n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = n^2$$

위의 관계식으로부터 우리는 파장 λ와 $\lambda + d\lambda$ 사이에 존재하는 정상파의 개수를 알 수 있다. 즉, 정수 n이 굉장히 크고, 위 범위 내에 존재하는 정상파의 수를 $N(n)dn$ 이라고 하면 우리는 다음 관계식을 얻는다.

$N(n)dn = 4\pi n^2 dn \times \frac{1}{8} = \frac{\pi}{2} n^2 dn$

여기서 빛의 속도 $c = \nu\lambda$이므로 위에서 얻은 $\left(\frac{2L}{\lambda}\right)^2 = n^2$ 관계식을 진동수 ν로 표현하면 $(\frac{2L\nu}{c})^2 = n^2$ 이 되고 이로부터 $N(n)dn = \frac{\pi}{2} n^2 dn = \frac{4\pi L^3 \nu^2}{c^3} d\nu$ 가 된다. 그러므로, 단위체적 안에 존재하는 진동수 ν와 $\nu + d\nu$ 사이에 존재하는 파동의 개수(자유도의 개수)는 $\frac{4\pi\nu^2}{c^3}$이 된다. 그런데, 빛의 경우 두 가지 편광을 가질 수 있으므로, 실제 단위체적당 자유도는 $\frac{8\pi\nu^2}{c^3}$가 된다. 그런데, 고전적으로 온도 T에서 자유도 하나가 갖는 평균에너지는 kT 로 주어지므로, 단위체적당 복사에너지 $u(\nu, T)$는 고전적으로 다음과 같은 레일리-진스의 공식으로 주어진다.

$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT$.

이 레일리-진스의 공식은 낮은 진동수에서는 실험 자료와 잘 맞지만, 진동수가 커지면 발산하게 되어 실험 자료와 맞지 않는다.

▸ 고전적인 평균에너지의 산출 ◂

통계적인 관점에서 에너지 E를 갖는 확률은 $e^{-E/kT}$ 로 주어지므로, 이 계의 평균에너지는 이러한 확률로 가중 평균한 값이 될 것이다. 즉,

$$E_{\mathrm{av}} = \frac{\int_0^\infty E e^{-E/kT} dE}{\int_0^\infty e^{-E/kT} dE}$$

여기서, $\int_0^\infty e^{-E/kT} dE = kT$를 I로 놓으면,

$$E_{\mathrm{av}} = \frac{\int_0^\infty E e^{-E/kT} dE}{\int_0^\infty e^{-E/kT} dE} = -\frac{dI}{d(1/kT)}/I = -\frac{d(\ln I)}{d(1/kT)}$$

여기서 $\left(\frac{1}{kT}\right) = \beta$ 로 치환하면, $E_{\mathrm{av}} = -\frac{d}{d\beta}(\ln\beta^{-1}) = 1/\beta = kT$ 를 얻게 된다.

• 플랑크의 양자가설

1900년 12월, 플랑크는 흑체복사의 측정 자료와 일치하는 결과를 얻기 위하여 방출된 빛의 에너지가 특정한 상수(h)와 진동수를 곱한 값의 정수배로만 주어진다고 가정하였다.

$E = nh\nu$ ($n = 1, 2, 3 \cdots$),

여기서 방출된 빛의 에너지가 연속적이지 않고, 어떤 기본 에너지 뭉치(quantum) $h\nu$의 정

수배로만 주어진다는 가정은 빛이 파동으로서 그 에너지가 연속적 값을 갖는다는 고전물리학적 개념과 배치되며 우리는 이러한 가정을 플랑크의 양자가설(quantum hypothesis)이라고 한다. 이 경우, 방출된 빛의 평균에너지는 다음과 같이 주어진다.

$$E_{\mathrm{av}} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu \, e^{-nh\nu/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT}}$$

여기서, $1/kT = \beta$ 로 치환하고, 분모는 다음의 공식을 이용하고 $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nx} = \frac{1}{1-e^{-x}}$, 분자는 분모를 $-(1/kT)$ 로 미분하여 얻을 수 있으므로, 위에서와 같은 방식으로 계산하면 위의 공식은 다음과 같이 주어진다.

$$E_{\mathrm{av}} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1}$$

이를 앞에서 구한 단위체적당 자유도의 개수와 곱하면 다음과 같은 흑체복사 에너지의 밀도를 얻을 수 있으며, 이를 플랑크의 흑체복사 공식이라고 한다.

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT}-1}$$

이 플랑크의 흑체복사 공식은 실험적으로 얻어진 측정 자료와 완벽하게 일치함을 보인다.